

S. Tremmel, A. Winkler

# Auslegungsgrundlage für die axiale Belastbarkeit von mittels Spannhülsen auf glatten Wellen befestigten Wälzlagern

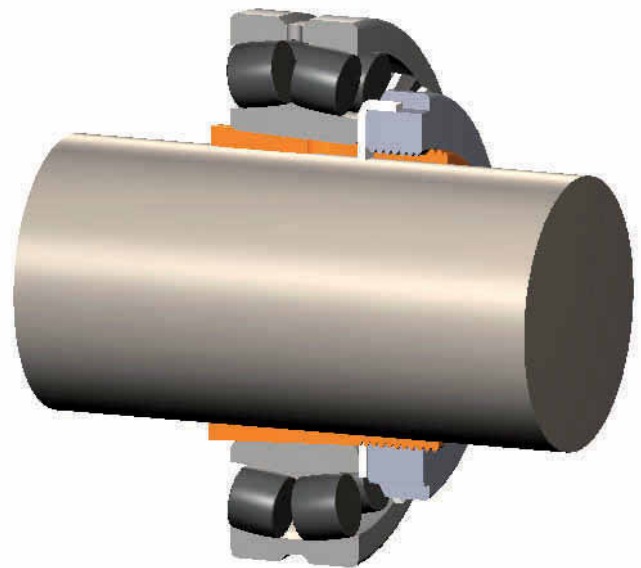
## Rules for Calculating the Axial Load Capacity of Rolling Element Bearings, Mounted on Plain Shafts by Means of Adapter Sleeves

**Inhalt:** Spannhülsen dienen der Befestigung von Wälzlagern mit kegeliger Innenringbohrung auf glatten Wellen durch Ausbildung einer reibschlüssigen Pressverbindung. Dieser Beitrag zeigt eine auf der Festigkeitslehre basierende Auslegungsgrundlage in Form analytischer Gleichungen auf, welche es ermöglicht, die bei solchen Verbindungen übertragbaren Axialkräfte detailliert zu ermitteln. Parameterstudien auf Basis von Finite-Elemente-Berechnungen bestätigen die Ergebnisse der analytischen Auslegungsformeln.

**Abstract:** Adapter sleeves serve for mounting rolling element bearings with tapered bores on cylindrical shafts by forming an interference fit. This article presents detailed rules for calculating the permissible axial load capacity of such a fit. The calculation approach is based on the strength of materials and provides analytical equations. Parameter studies by means of finite element calculations confirm the results of the analytical formulas.

### 1 Einleitung

Lagerspannhülsen sind längsgeschlitzte Hülsen, welche eine konische Lagersitzfläche aufweisen. Sie sind die am häufigsten verwendeten Befestigungselemente für Wälzlager mit kegeliger Bohrung auf zylindrischen Wellenabsätzen. Bei der Montage auf glatten Wellenabsätzen kann das Wälzlager an beliebiger Position auf der Welle befestigt werden (Bild 1). Zum Einsatz kommen solche Verbindungen häufig im Groß- und Schwermaschinenbau. Hier ist die sichere Auslegung und Gestaltung der Lagerung von



**Bild 1**  
Befestigung eines Pendelrollenlagers mittels Spannhülse und Nutmutter auf einem glatten Wellenabsatz

besonderer Wichtigkeit, denn Ausfälle können insbesondere aufgrund der damit verbundenen Anlagenstillstandzeiten rasch zu hohen Kosten führen.

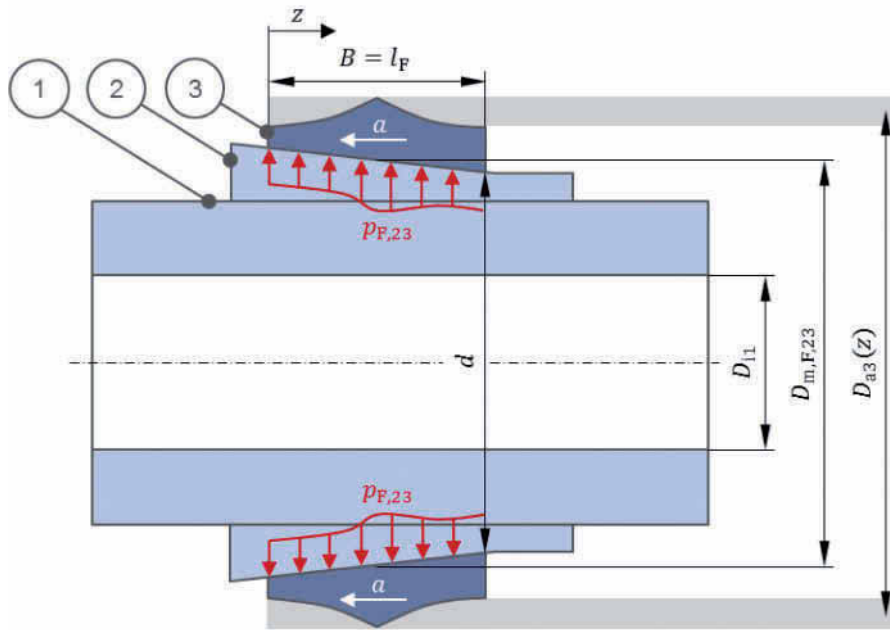
Durch das axiale Aufschieben des Lagers auf der Spannhülse mit Hilfe von Nutmutter, Hydraulikmuttern oder ähnlichem wird aufgrund der Ausdehnung des Innenrings die Radialluft des Lagers vermindert. Gleichzeitig bildet sich sowohl am Kontakt Spannhülse/Lagerinnenring als auch am Kontakt Welle/Spannhülse eine Pressverbindung aus. Bei axialer Belastung auf das Lager wird diese Kraft

demzufolge an der Spannhülse durch eine entgegenwirkende Reibungskraft zwischen Spannhülse und glatter Welle aufgenommen. Dabei ist sicherzustellen, dass die extremen, maximal auftretenden axialen Kräfte – damit sind die extremen Werte eines im Allgemeinen veränderlichen Last-Zeit-Verlaufes gemeint – stets mit ausreichender Sicherheit kleiner sind als die Belastbarkeit der Pressverbindung. Die bislang einzige veröffentlichte Gleichung [1], [2] zur Bestimmung der axialen Belastbarkeit scheint jedoch empirischer Natur zu sein; zumindest

#### Autoren

Dr.-Ing. Stephan Tremmel  
M.Sc. Andreas Winkler

beide:  
Lehrstuhl für Konstruktionstechnik  
FAU Erlangen-Nürnberg  
Martensstr. 9  
91058 Erlangen  
Tel.: 0 91 31/85-2 32 22  
E-Mail: tremmel@mfk.fau.de  
www.mfk.fau.de



**Bild 2**  
Berechnungsmodell zur Bestimmung des Fugendrucks zwischen Spannhülse und Lagerinnenring (1 – Hohlwelle; 2 – Spannhülse; 3 – Lagerinnenring)

ist der zugrundeliegende Ansatz nicht bekannt und die Größengleichung ist wenig detailliert. Danach berechnet sich die zulässige Axialkraft in N mit

$$F_{a,zul} = 3 \cdot B \cdot d, \tag{1}$$

wobei die Lagerbreite  $B$  und der kleine Bohrungsdurchmesser  $d$  jeweils in mm einzusetzen sind.

## 2 Herleitung der Auslegungsgrundlage

Der Berechnung werden – in Anlehnung an DIN 7190-1 [3] und DIN 7190-2 [4] – gleiche axiale Abmessungen von Welle, Spannhülse und Lager sowie ein ebener und rotationssymmetrischer Spannungszustand in den beteiligten Bauteilen zugrundegelegt. Infolgedessen wird der dem Toleranzausgleich dienende Spannhülzenschlitz in den analytischen Auslegungsgleichungen vernachlässigt. Studien zeigten in einer vergleichenden Finite-Elemente-Berechnung von geschlitzten und ungeschlitzten Hülsen eine sehr gute Übereinstimmung sowohl in ihrem Verformungsverhalten als auch in dem sich einstellenden Tangentialspannungsverlauf, so dass die Annahme ungeschlitzter Hülsen für die Herleitung der angestrebten analytischen Auslegungsgleichungen gerechtfertigt ist. Die Herleitung gliedert sich in die folgenden drei Schritte:

### 1. Bestimmung des Fugendrucks zwischen Lager und Spannhülse

Der hierbei zu berechnende Pressverband entspricht unter der Voraussetzung, dass Welle und Spannhülse gemeinsam als ein Innenteil aufgefasst werden (in Bild 2 hellblau dargestellt), einem Kegelpressverband nach DIN 7190-2 [4]. Damit berechnet sich der am Lagersitz wirkende Kontaktdruck zu

$$p_{F,23}(z) = \frac{\xi_{w,23}(z)}{\frac{1}{E_3} \cdot \left[ \frac{D_{a3}^2(z) + D_{F,23}^2(z)}{D_{a3}^2(z) - D_{F,23}^2(z)} + \nu_3 \right] + \frac{1}{E_2} \cdot \left[ \frac{D_{a3}^2(z) + D_{i1}^2(z)}{D_{a3}^2(z) - D_{i1}^2(z)} - \nu_2 \right]}, \tag{2}$$

wobei das bezogene wirksame Übermaß  $\xi_{w,23}(z)$  definiert ist als

$$\xi_{w,23}(z) = \frac{a \cdot C - 2 \cdot (l_F - z) \cdot \tan(\gamma) - g_F \cdot (R_{z,a2} + R_{z,i3})}{D_{F,23}(z)}, \tag{3}$$

mit

$$D_{F,23}(z) = d + (l_F - z) \cdot C. \tag{4}$$

Das Kegelhöhenverhältnis  $C$  ist dabei mit dem Kegelhöhenwinkel  $\alpha$  über Gleichung (5) verknüpft:

$$C = 2 \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right). \tag{5}$$

Der Winkelfehler  $\gamma$  stellt die fertigungsbedingt auftretende Winkeldifferenz zwischen der konischen Lagerinnenringbohrung und dem kegelförmigen Lagersitz der Spannhülse dar, welche das Übermaß effektiv reduziert.

Der Parameter  $g_F$  berücksichtigt die Ausprägung der Glättung der Fügeflächen. Sofern keine Messwerte vorliegen kann DIN 7190-1 der Wert  $g_F = 0,4$  entnommen werden [3]. In früherer Fachliteratur findet man Werte  $0,4 \dots 0,8 \dots 1,2$ , die heute jedoch im Allgemeinen als zu konservativ erachtet werden. Es gilt: je höher  $g_F$  gewählt wird, desto größer ist die in der Auslegung zugrundegelegte Glättung und damit die Verminderung des Übermaßes am Lagersitz.

Sofern Welle und Spannhülse aus unterschiedlichen Werkstoffen mit voneinander abweichenden Elastizitätskonstanten bestehen, würden streng genommen äquivalente Ersatzwerte für Elastizitätsmodul und Querdehnzahl des Innenteils, welches aus Welle und Spannhülse gebildet wird, benötigt. Da deren Ermittlung analytisch allerdings kaum möglich ist, soll im Folgenden – wie bereits in obiger Gleichung vorgenommen – der Einfluss der Elastizitätskonstanten der Spannhülse gegenüber denjenigen der Welle als dominant betrachtet werden. Diese Annahme lässt sich mithilfe durchgeführter Finite-Elemente-Studien bestätigen.

Der mittlere Fugendruck wird durch Mittelung des tatsächlichen Druckverlaufs  $p_{F,23}(z)$  bestimmt:

$$p_{m,F,23} = \frac{1}{l_F} \cdot \int_0^{l_F} p_{F,23}(z) dz. \tag{6}$$

Alternativ ist nach Groß die Berechnung eines äquivalenten Außendurchmessers  $h$  des Lagerinnenrings möglich [5]. Dies führt zu der Näherungslösung

$$h^2 = l_F \cdot \left( \int_0^{l_F} \frac{1}{D_{a3}^2(z)} dz \right)^{-1}, \tag{7}$$

welche für den Fall einer Vollwelle aus Stahl sogar den analytisch exakten Wert des äquivalenten Außendurchmessers angibt. Damit berechnet sich die mittlere Flächenpressung am Lagersitz zu

$$p_{m,F,23} = \frac{\xi_{w,23}}{\frac{1}{E_3} \cdot \left[ \frac{h^2 + D_{m,F,23}^2}{h^2 - D_{m,F,23}^2} + \nu_3 \right] + \frac{1}{E_2} \cdot \left[ \frac{D_{m,F,23}^2 + D_{i1}^2}{D_{m,F,23}^2 - D_{i1}^2} - \nu_2 \right]} \quad (8)$$

Das mittlere bezogene wirksame Übermaß lautet dementsprechend

$$\xi_{m,w,23} = \frac{a \cdot C - l_F \cdot \tan(\gamma) - g_F \cdot (R_{z,a2} + R_{z,i3})}{D_{m,F,23}} \quad (9)$$

mit

$$D_{m,F,23} = d + \frac{B}{2} \cdot C \quad (10)$$

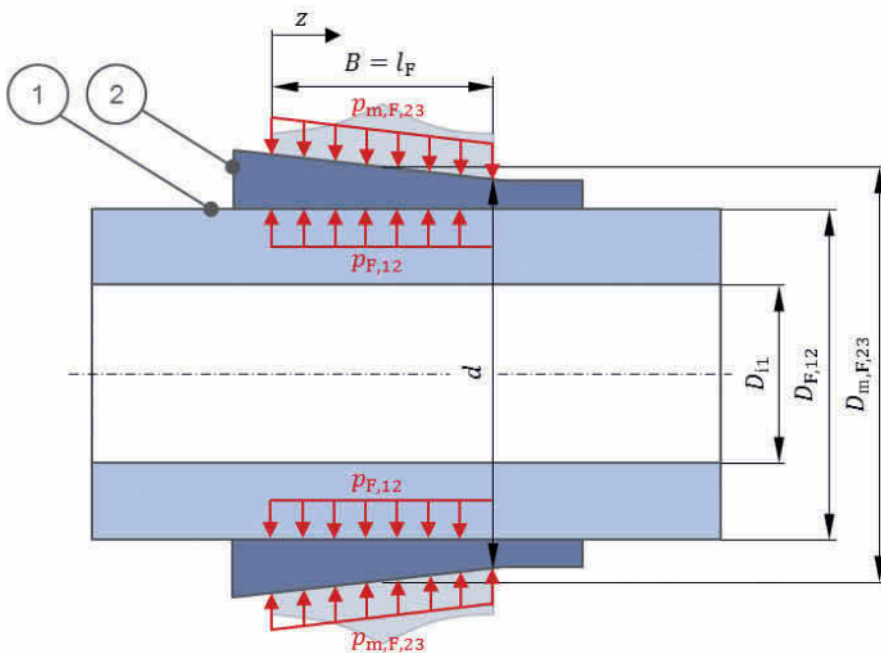
**2. Herleitung der Flächenpressung zwischen Welle und Spannhülse**

Das in Bild 3 dargestellte System lässt sich nun nicht mehr auf einen in DIN 7190 erläuterten Quer- beziehungsweise Kegelpressverband zurückführen, weshalb für dieses Modell zur Bestimmung der Flächenpressung am Kontakt von Welle und Spannhülse die auftretenden Radial- und Tangentialspannungen auf Grundlage der Festigkeitslehre berechnet werden müssen. Die dabei geltenden Randbedingungen lauten:

$$\begin{aligned} \sigma_{r1}(R_{i1}) &= 0, \\ \sigma_{r1}(R_{F,12}) &= -p_{F,12}, \\ \sigma_{r2}(R_{F,12}) &= -p_{F,12}, \\ \sigma_{r2}(R_{m,F,23}) &= -p_{m,F,23}. \end{aligned} \quad (11)$$

Mithilfe dieser Randbedingungen lässt sich die Flächenpressung  $p_{F,12}$  analytisch geschlossen berechnen:

$$p_{F,12} = \frac{p_{m,F,23} \cdot \frac{2 \cdot D_{m,F,23}^2}{D_{m,F,23}^2 - D_{F,12}^2}}{\frac{1}{E_2} \cdot \left[ \frac{D_{m,F,23}^2 + D_{F,12}^2}{D_{m,F,23}^2 - D_{F,12}^2} + \nu_2 \right] + \frac{1}{E_1} \cdot \left[ \frac{D_{F,12}^2 + D_{i1}^2}{D_{F,12}^2 - D_{i1}^2} - \nu_1 \right]} \quad (12)$$



Angemerkt sei, dass für den Fall einer Vollwelle aus Stahl und somit identischen Elastizitätskonstanten von Welle, Spannhülse (Stahl) und Lagerinnenring (Stahl), die Flächenpressung am Wellenabsatz  $p_{F,12}$  exakt dem mittleren Kontaktdruck am Lagersitz  $p_{m,F,23}$  entspricht.

**3. Berechnung der übertragbaren Axialkraft**

Die übertragbaren Axialkräfte der Pressverbindung ergeben sich schließlich aus dem Coulombschen Reibungsgesetz mit der Forderung, dass die der äußeren Belastung entsprechende Reibungskraft am Welle/Spannhülse-Kontakt eine ausreichende Sicherheit zur maximal übertragbaren Reibungskraft aufweist:

$$F_R \leq \frac{\mu_{rl} \cdot F_N}{S_R} = \frac{F_{fl}}{S_R} \quad (13)$$

Somit lässt sich die zulässige Axialkraft unter Vernachlässigung der Lagerreibung bestimmen:

$$F_{a,zul} = \pi \cdot D_{F,12} \cdot B \cdot \mu_{rl} \cdot \frac{p_{F,12}}{S_R} \quad (14)$$

**3 Berechnung äquivalenter axialer Aufschubwege**

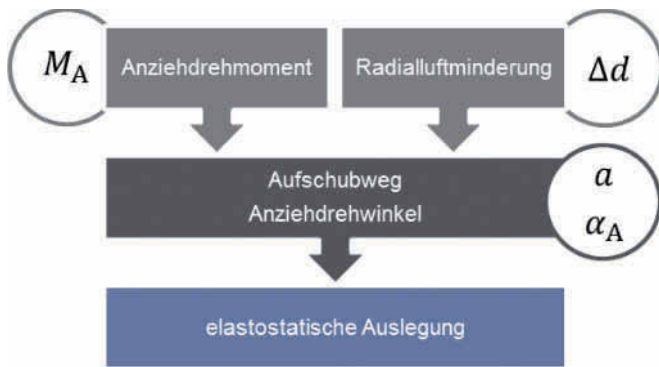
Ein bereits bei der Auslegung zu beachtender Aspekt stellt das später zur Anwendung kommende Montageverfahren dar. Da je nach gewähltem Verfahren nicht zwingend der axiale Aufschubweg des Lagers, sondern gegebenenfalls das Anziehdrehmoment beziehungsweise der Radialluftminderung des Lagers festgelegt sind, ist es in diesen Fällen zunächst erforderlich, den durch das Montageverfahren definierten Parameter in einen äquivalenten Aufschubweg zu überführen.

Aufschubweg des Innenrings  $a$  und Nutmutter-Anziehdrehwinkel  $\alpha_A$  in Winkelgrad lassen sich auf einfache Weise ineinander umrechnen:

$$a = \frac{\alpha_A}{360^\circ} \cdot P \quad (15)$$

Sollte hingegen bedingt durch das Montageverfahren das Anziehdrehmoment  $M_A$  der Nutmutter mit met-

**Bild 3** Berechnungsmodell zur Bestimmung des Fugendrucks zwischen Welle und Spannhülse (1 – Hohlwelle; 2 – Spannhülse)



**Bild 4**  
Folge der Parameterüberführungen

Wird im Rahmen der Montage die axiale Verspannung von Lagerinnenring und Spannhülse über die Messung einer geforderten Radialluftminderung realisiert, erfolgt die Bestimmung des äquivalenten Aufschubweges unter der Annahme, dass sich die Aufweitung des Lagerinnenrings aus 80 % des Übermaßes ergibt [6], mit folgender Näherungsformel:

$$a \approx \frac{\Delta d}{0,8} + g_F \cdot (R_{z,a2} + R_{z,i3}) \quad (21)$$

#### 4 Vergleich der analytischen Lösung mit Finite-Elemente-Berechnungsergebnissen

Das der analytischen Berechnung zugrundegelegte Modell basiert auf der Annahme eines ebenen rotationssymmetrischen Spannungszustandes sowie der damit einhergehenden Vernachlässigung des Spannhülzenschlitzes. Die Finite-Elemente-Analyse stellt ein geeignetes Werkzeug zur Verifizierung der getroffenen Annahmen dar. Beispielhaft sind im Folgenden die Ergebnisse einer Parameterstudie für eine Lagerung bestehend aus einer Hohlwelle aus Stahl und einer fiktiven Lagergeometrie dargestellt (Bild 6).

Der Außendurchmesser des Lagerinnenrings nimmt dabei mit dem Lagerbohrungsdurchmesser proportional zu und die Lagerbreite steigt proportional mit der Breite von Spannhülsen der Reihe H 31, sodass die Lagergeometrie Abmessungen typischer Pendelrollenlager aufweist. Zugrundegelegt wurde der Berechnung ein Haftbeiwert von  $\mu_{rl} = 0,1$ .

Es zeigt sich für den vorliegenden Fall eine sehr gute Übereinstimmung mit einer maximalen Abweichung von +0,9/-2,7 % zwischen analytisch berechneten Ergebnissen und den Ergebnissen der Finite-Elemente-Berechnung für die maximal übertragbaren Axialkräfte (eine Sicherheit gegen Rutschen ist hierin noch nicht enthalten). Der Knick in den Kurven zwischen 600 mm und 700 mm Wellendurchmesser für die analytische Lösung wie auch die FE-Lösung ergibt sich infolge der nichtproportionalen Änderung des Außendurchmessers der Spannhülsen mit dem Wellendurchmesser.

Zusätzlich sind in Bild 6 in Form der schwarzen Strichlinie die Ergebnisse für die maximal zulässige Axialkraft – also unter Berücksichtigung einer impliziten, wenngleich nicht dokumen-

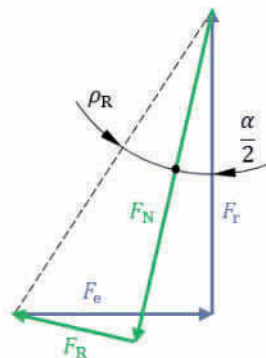
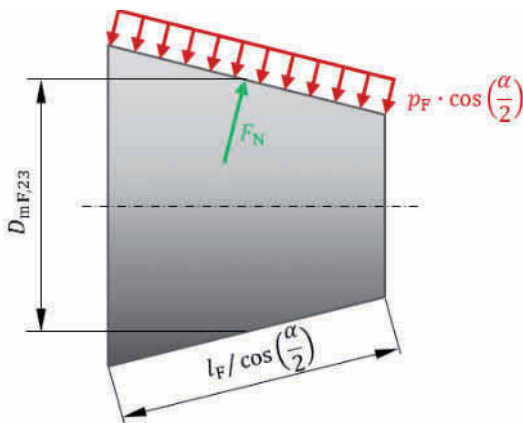
rischem ISO-Feingewinde bekannt sein, so ist zunächst die wirkende Einpresskraft  $F_e$  zu bestimmen:

$$F_e = \frac{M_A}{0,159 \cdot P + 0,577 \cdot \mu_G \cdot d_2 + \mu_K \cdot \frac{d_K}{2}} \quad (16)$$

Darin bezeichnen  $P$  die Gewindesteigung,  $d_2$  den Flankendurchmesser des Nutmuttergewindes,  $d_K$  den Auflagedurchmesser der Nutmutter sowie  $\mu_G$  und  $\mu_K$  die Reibungszahlen im Nutmuttergewinde bzw. an der Nutmutterauflagefläche.

Um von einer gegebenen Einpresskraft auf den äquivalenten axialen Aufschubweg zu schließen, wird im Folgenden von einer konstanten Fugendruckverteilung am Kegel ausgegangen. Es gilt dann nach Bild 5:

$$p_F \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{F_N}{\pi \cdot D_{m,F} \cdot l_F / \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (17)$$



**Bild 5**  
Kräftegleichgewicht am Kegel

Das Aufstellen des Kräftegleichgewichtes liefert:

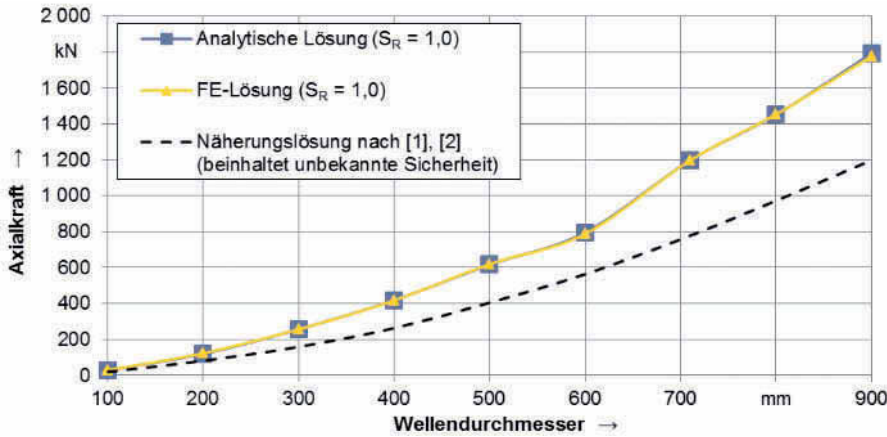
$$F_N = F_e \cdot \frac{\cos(\rho_R)}{\sin\left(\rho_R + \frac{\alpha}{2}\right)} \quad (18)$$

Mit Gl. (8), Gl. (17) und Gl. (18) errechnet sich der äquivalente Aufschubweg des Lagerinnenrings letztlich zu:

$$a = \frac{1}{C} \cdot \left[ \frac{F_e \cdot K_{m,F,23} \cdot \cos(\rho_R)}{E_3 \cdot \pi \cdot l_F \cdot \sin\left(\rho_R + \frac{\alpha}{2}\right)} + g_F \cdot (R_{z,a2} + R_{z,i3}) \right] \quad (19)$$

Die Hilfsgröße  $K_{m,F,23}$  lautet hier:

$$K_{m,F,23} = \frac{E_3}{E_2} \cdot \left[ \frac{D_{m,F,23}^2 + D_{i1}^2}{D_{m,F,23}^2 - D_{i1}^2} \right] + \frac{h^2 + D_{m,F,23}^2}{h^2 - D_{m,F,23}^2} + \nu_3 \quad (20)$$



**Bild 6**  
 Axiale Übertragungsfähigkeit für ein fiktives Pendelrollenlager bei Hohlwelle aus Stahl und Spannhülse mit Kegel 1 : 12

Werkstoffpaarung	Haftbeiwert $\mu_{rl}$
Stahl-Stahl Druckölverband normal gefügt mit Mineralöl	0,12
Stahl-Stahl Druckölverband mit entfetteten Pressflächen	0,18
Stahl-Stahl Schrupfverband normal gefügt	0,14
Stahl-Stahl Schrupfverband mit entfetteten Pressflächen	0,20

**Tabelle 1**  
 Haftbeiwerte bei Pressverbänden nach DIN 7190

Teilsicherheit	Wert	
$S_1$	Haftbeiwert und Glättung werden durch Untersuchungen am Prüfstand experimentell abgesichert.	Haftbeiwert und Glättung sind DIN 7190 entnommen.
	Haftbeiwert und Glättung sind als nicht näher spezifizierte Werte der Fachliteratur entnommen.	
	<b>1,1 bis</b>	<b>1,2 bis 1,4</b>
$S_2$	<b>Nur anzuwenden, falls Haftbeiwerte für bereits trainierte Pressverbände verwendet werden beziehungsweise keine weitere Information zur Gültigkeit der Haftbeiwerte vorliegt.</b>	
	Im Rahmen des Einlaufvorgangs anfänglich geringerer Haftbeiwert tolerierbar.	Im Rahmen des Einlaufvorgangs anfänglich geringerer Haftbeiwert <u>nicht</u> tolerierbar.
	<b>1,0</b>	<b>1,5</b>
$S_3$	Kegelwinkelabweichung bei der Auslegung analytisch berücksichtigt, Wellenzylindrizität: IT5/2.	Kegelwinkelabweichung bei der Auslegung analytisch <u>nicht</u> berücksichtigt, Wellenzylindrizität: IT6/2.
	<b>1,1</b>	<b>bis 1,3</b>
$S_4$	Der Aufschubweg beziehungsweise der Nutmutteranziehdrehwinkel sind gegeben $\Rightarrow$ Parameterumrechnungen sind <u>nicht</u> erforderlich.	Das Anziehdrehmoment der Nutmutter beziehungsweise die Radialluftminderung des Lagers sind gegeben $\Rightarrow$ Parameterumrechnungen sind erforderlich.
	<b>1,0</b>	<b>1,2</b>

**Tabelle 2**  
 Bestimmung der Teilsicherheiten

tierten Sicherheit – nach Gleichung (1) abzulesen. Für die hier dargestellte Parameterstudie liefert somit auch diese einfache Gleichung gute Ergebnisse.

Ähnlich sehr gute Übereinstimmungen zwischen analytischer und numerischer Berechnung der übertragbaren Axialkraft zeigen sich auch für zahlreiche andere Fälle. Die Näherungsformel nach Gleichung (1) liefert hingegen lediglich für Lagerungen bestehend aus einer Vollwelle aus Stahl sowie einem Haftbeiwert von  $\mu_{H1} = 0,1$  zutreffende Werte.

## 5 Diskussion und Hinweise zur Anwendbarkeit der Auslegungsgleichungen

### 5.1 Zur Wahl des Haftbeiwerts

Eine zutreffende Wahl von Haftbeiwert und Sicherheit gegen Rutschen ist im Rahmen der Berechnung von Spannhülsevenverbindungen entscheidend für eine verlässliche Auslegung, allerdings existieren hierzu bisher keine Richtlinien oder einschlägige Veröffentlichungen. Insbesondere der Haftbeiwert unterliegt einer großen Streuung, so dass nach Möglichkeit der einer spezifischen Anwendung zugrundeliegende Haftbeiwert anhand von Untersuchungen am Prüfstand durch Nachbildung des realen Systems ermittelt werden sollte. Ist dies nicht vorgesehen oder möglich, so sind Haftbeiwerte unter Verwendung einer höheren Rutschsicherheit der Fachliteratur zu entnehmen.

Die in Tabelle 1 auszugsweise dargelegten Haftbeiwerte bei Rutschen in Längsrichtung entstammen der DIN 7190-1 [3]. Allerdings geht daraus nicht hervor, ob die angegebenen Werte an bereits trainierten oder frisch gefügten Pressverbänden gemessen wurden.

Nach Brändlein [7] ist bei der Auslegung von aus Lagerinnenring und Welle gebildeten Pressverbänden die Abschätzung  $\mu_{H1} = 0,1$  als zweckmäßig anzusehen. Dieser Erfahrungswert kann vermutlich ebenfalls – sofern keine exakteren Messwerte vorliegen – auf den Kontakt Spannhülse/Welle angewendet werden.

Detailliertere Angaben zu Haftbeiwerten von frisch gefügten *und* trainierten Pressverbänden sind des Weiteren in [8] zu finden.

Unter dem „Hochtrainieren“ der Übertragungsfähigkeit einer Pressverbindung wird der Anstieg des anfänglichen Haftbeiwertes mit fortschreitendem Verschleiß verstanden. Zurückzuführen ist dies im Allgemeinen auf die adhäsiv bedingten lokalen Kaltverschweißungen zwischen den Kontaktflächen. Weiterhin verstärkt eine lokale Bewegungsbehinderung in der Fuge eines Pressverbandes durch abrasiv wirkende Verschleißpartikel diesen Effekt.

### 5.2 Zur Wahl der Sicherheit gegen Rutschen

Für die Sicherheit gegen Rutschen von Querpressverbindungen kann der Fachliteratur ein Wertebereich von  $S_R = 1,5 \dots 2,0$  [9] entnommen werden. In diesem Abschnitt soll die Festlegung der Sicherheit jedoch etwas detaillierter betrachtet und ein *Vorschlag* für die Bestimmung selbiger gegeben werden.

Es wird hierbei eine Gesamtsicherheit gegen Rutschen durch eine Multiplikation von Teilsicherheiten folgendermaßen gebildet:

$$S_R = S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \cdot S_4 \quad (22)$$

Die Faktoren  $S_1$  bis  $S_4$  dienen zur Absicherung der Auslegungsergebnisse gegen die nachstehend aufgeführten Risiken:

- $S_1$ : Streuung des Haftbeiwertes und Unsicherheit bei der Bestimmung der Fügeflächenglättung,
- $S_2$ : Einfluss eines vor dem Hochtrainieren anfänglich geringeren Haftbeiwertes auf die Betriebssicherheit,
- $S_3$ : Einfluss von Maß- und Formabweichungen im Rahmen üblicher Toleranzvorgaben,

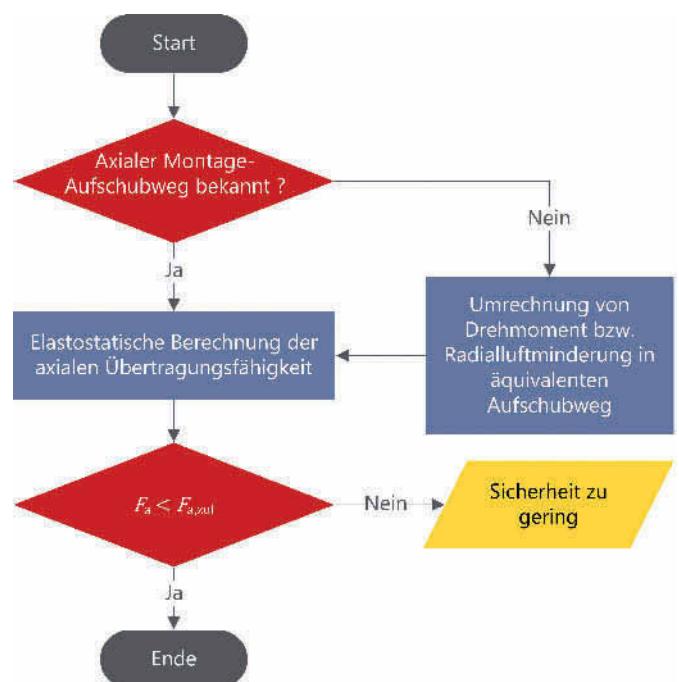
$S_4$ : Streuung der rechnerischen Haltekraft bei im Rahmen der Auslegung durchgeführten Parameterumrechnungen (siehe Abschnitt 3).

Anhand von Tabelle 2 können die jeweiligen Teilsicherheiten zur Bestimmung der resultierenden Sicherheit gegen Rutschen nach Gleichung (22) ermittelt werden.

### 5.3 Weitere Anwendungshinweise und Anwendungsgrenzen

Abschließend sollen einige relevante Hinweise zur Anwendbarkeit und den Anwendungsgrenzen der dargelegten Auslegungsgleichungen zusammengetragen werden:

1. Die in diesem Beitrag erläuterte Auslegungsgrundlage liefert für  $S_R = 1,0$  die übertragbare Axialkraft bis zum völligen Durchrutschen der Verbindung, das heißt lokales Gleiten tritt bereits bei geringeren Axialkräften auf.
2. Liegt eine kombinierte Lagerbelastung aus Axial- und Radialkraft vor, so wird die durch die Radialkraft hervorgerufene Flächenpressung dem Fugendruck des unbelasteten Pressverbandes überlagert. Infolgedessen kann dann grundsätzlich



**Bild 7**  
Flussdiagramm für die Auslegung von Spannhülsevenverbindungen

nicht mehr von einer rotationssymmetrischen Fugendruckverteilung ausgegangen werden. In der Praxis darf jedoch der Einfluss einer Radialkraft auf die Fugendruckverteilung bei der Berechnung vernachlässigt werden, wie dies auch bei Quer- und Längspressverbänden üblich ist.

- Weiterhin ist neben der Auslegung der Übertragungsfähigkeit der reibschlüssigen Spannhülsenverbindung auch stets die axiale Tragfähigkeit des Lagerbords zu überprüfen. Somit existieren zwei limitierende Größen für die axiale Belastbarkeit von mit Spannhülsen auf glatten Wellen befestigten Lagern: Sowohl die reibschlüssig übertragbare Axialkraft als auch die Tragfähigkeit des Lagerbords müssen eine ausreichende Sicherheit aufweisen.
- Zuletzt sei darauf hingewiesen, dass sofern mit größeren Lagerreibungsmomenten  $M_R$  zu rechnen ist, diese in der Auslegung der Übertragungsfähigkeit der Spannhülsenverbindung berücksichtigt werden können. In Gleichung (23) wird in diesem Fall die Verringerung der zulässigen Axialkräfte in Abhängigkeit des Lagerreibungsmomentes berücksichtigt:

$$F_{a,zul} = \sqrt{\left(\pi \cdot D_{F,12} \cdot B \cdot \mu_{rl} \cdot \frac{p_{F,12}}{S_R}\right)^2 - \left(\frac{M_R \cdot 2}{D_{F,12}}\right)^2} \quad (23)$$

Aufgrund der im Vergleich zur zulässigen Axialkraft verhältnismäßig geringen, durch das Lagerreibungsmoment bedingten Tangentialkräfte in der Kontaktfuge scheint eine Berücksichtigung des Reibungsmomentes in der Praxis aber als nicht zwingend erforderlich.

- Auch Wellendrehzahl (fliehkraftbedingte Minderung des Fugendrucks) oder Temperaturdifferenzen zwischen den Bauteilen (etwa bei Anfahrvorgängen) beeinflussen die zulässige Axialkraft. Die Berücksichtigung dieser Einflussfaktoren in den vorgestellten Auslegungsgleichungen ist jedoch leicht möglich.

## 6 Zusammenfassung

Die vorgestellte Auslegungsgrundlage für mittels Spannhülsen auf glatten Wellen befestigte Wälzlager ermöglicht Wälzlagerherstellern und -anwendern eine detaillierte Ermittlung der zulässigen Axialkräfte, sodass mit keinem Durchrutschen der Pressverbindung zu rechnen ist. Die Berechnung orientiert sich dabei an dem in Bild 7 in knapper Form dargestellten Flussdiagramm.

Ein Ergebnisvergleich zwischen analytischer Auslegungsgleichung und Finite-Elemente-Simulation rechtfertigt, aufgrund von durchwegs sehr guten Übereinstimmungen, die der analytischen Berechnung zugrundegelegten Modellannahmen. Damit erweist sich die in dem vorliegenden Beitrag dargelegte Auslegungsgrundlage als geeignetes Werkzeug zur genaueren Ermittlung der axialen Belastbarkeit von mittels Spannhülsen auf glatten Wellen fixierten Wälzlagern.

### Formelzeichen

$a$	mm	Aufschubweg
$B$	mm	Lagerbreite
$C$	-	Kegelverhältnis
$d$	mm	kleiner Lagerbohrungsdurchmesser
$\Delta d$	mm	passungsbedingte Aufweitung des Lagerinnenrings
$d_2$	mm	Flankendurchmesser des Gewindes
$d_K$	mm	Auflagedurchmesser der Nutmutter
$D / R$	mm	Durchmesser / Radius
$E$	MPa	Elastizitätsmodul
$F_a$	N	Axialkraft
$F_e$	N	Einpresskraft
$F_N$	N	Normalkraft
$F_R$	N	Reibungskraft
$F_{ru}$	N	Lösekraft
$g_F$	-	Glättungsfaktor
$h$	mm	Äquivalenter Außendurchmesser des Lagerinnenrings
$K$	-	Hilfsgröße bei der Berechnung von Pressverbänden
$l_F$	mm	wirksame Länge der Pressverbindung
$M_A$	Nm	Anziehdrehmoment der Spannhülsenmutter
$M_R$	Nm	Lagerreibungsmoment
$p_F$	MPa	Fugendruck
$P$	mm	Steigung des Spannhülsengewindes
$R_z$	$\mu\text{m}$	gemittelte Rautiefe
$S_R$	-	Sicherheit gegen Rutschen
$\alpha$	rad	Kegelwinkel
$\alpha_A$	°	Anziehdrehwinkel der Nutmutter
$\gamma$	rad	Winkelfehler bei konischen Pressverbänden
$\mu$	-	Haftbeiwert
$\mu_G$	-	Reibungszahl im Gewinde
$\mu_K$	-	Reibungszahl an der Nutmutterauflagefläche
$\mu_{rl}$	-	Haftbeiwert gegen Rutschen in Längsrichtung
$\nu$	-	Querdehnzahl
$\xi_w$	-	bezogenes wirksames Übermaß
$\rho_R$	rad	Reibungswinkel
$\sigma$	MPa	Normalspannung

### Indizes

1, 2, 3, ...	Zählindex
a, i	Außen..., Innen...
F	Pressverband-Fuge
m	gemittelte Größe
r, $\varphi$ , z	Zylinderkoordinaten
zul	zulässig

## Literatur

- [1] Dahlke, H.: Koyo – Handbuch Wälzlagertechnik. Bauarten · Gestaltung · Betrieb. Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg, 1994.
- [2] SKF Gruppe (Hrsg.): Hauptkatalog. Das Wälzlagerhandbuch für Studenten. Druckschrift 6000/2 DE. Schweinfurt, 2012.
- [3] DIN 7190–1: Pressverbände – Teil 1: Berechnungsgrundlagen und Gestaltungsregeln für zylindrische Pressverbände. Berlin: Beuth, 2017.
- [4] DIN 7190–2: Pressverbände – Teil 2: Berechnungsgrundlage und Gestaltungsregeln für kegelige,

- selbsthemmende Pressverbände. Berlin: Beuth, 2017.
- [5] Groß, V.: Berechnungsverfahren zur Auslegung von Pressverbänden mit axial veränderlichem Nabenaußendurchmesser. Konstruktion Bd. 47 (1995), S. 74–78.
- [6] Schaeffler Technologies AG & Co. KG (Hrsg.): Wälzlager. Katalog HR 1. Herzogenaurach, 2012.
- [7] Brändlein, J.; Eschmann, P.; Hasbargen, L.; Weigand, K.: Die Wälzlagerpraxis. Handbuch für die Berechnung und Gestaltung von Lagerungen.

3. Auflage. Mainz: Vereinigte Fachverlage GmbH, 2002.
- [8] Leidich, E.: Beanspruchung von Pressverbindungen im elastischen Bereich und Auslegung gegen Dauerbruch. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, 1983.
- [9] Wittel, H.; Muhs, D.; Jannasch, D.; Voßiek, J.: Roloff/Matek Maschinenelemente. Normung, Berechnung, Gestaltung. 20. Auflage. Wiesbaden: Vieweg+Teubner, 2011.

### Fortsetzung von S. 75

Richtung der Rotationsebene gerichtete Kraftkomponente (Rücktrieb beim Vogelflügel) ist bestimmend für das von der Antriebsmaschine aufzubringende Drehmoment.

Von dem Flügelblatt strömt das Fluid zu den Flügelfingern. Sie werden, ebenso wie das Flügelblatt, von vorne mit der negativen Schiffsgeschwindigkeit und in Umfangsrichtung mit der negativen Umfangsgeschwindigkeit angeströmt. Die einzelnen Flügelfinger haben – wie die Flügelspitze eines Skew-Propellers – in Anströmrichtung das Profil eines Tragflügels. Sie sind in Längs- und Querrichtung zur Spitze hin – in Anlehnung an einen aufschlagenden Vogelflügel – aufgefächert und nach hinten geformt auszuführen (Bild 3).

Mit der Auffächerung des Flügelblatts in mehrere Flügelfinger werden große Randwirbel in mehrere Wirbelfäden aufgespalten, die um ihre eigene Achse rotieren. Diese beeinflussen sich gegenseitig und führen eine zusätzliche Rotationsbewegung aus [2]. Sie winden sich stromabwärts zu einem Trichter umeinander, beschleunigen in ihrem Kern das Fluid, der Strömungswiderstand sinkt und stromabwärts nimmt der Druck ab. Für die Strömungsbeschleunigung wird die in den Randwir-

beln steckende Energie genutzt [4]. Der induzierte Strömungswiderstand verringert sich und der Schub nimmt zu.

Die Flügelfinger sind so anzustellen und zu winden, dass sie die Quellströmung vor dem Propeller abschöpfen und mit diesem Wasser die Senkströmung hinter dem Propeller speisen, sodass auf der Vorderseite zusätzlich Auftrieb (Sog) entsteht und infolge Strahlumlenkung auf der Rückseite sich der Schub verstärkt. Mit der Splittung des Flügelblatts in mehrere Flügelfinger wird die Fläche des Flügelblatts insgesamt größer.

An den schmalen Flügelfingern herrscht eine geringere Druckdifferenz zwischen der Saug- und Druckseite als es bei einer einzelnen Flügelspitze (Skew-Propeller) der Fall ist. So wird neben dem geringeren Strömungswiderstand auch die Kavitationsgefahr reduziert.

## 5 Zusammenfassung

Das Auffächern des Flügelendes in mehrere gespreizte, sich mit einem Spalt überdeckende Fingerflügel schafft Passagen für den Druckausgleich und Massenstrom von der Vorder- auf die Rückseite des Propellers. Sie vergrößern die Fläche des Flügel-

blattes insgesamt, reduzieren die Wirbelbildung an den Flügelenden, den Drucksprung an den Auslaufkanten der umströmten Fingerflügelprofile und vermindern die Kavitationsgefahr.

Die Auffächerung der einzelnen, breiten Flügelspitze in mehrere, schmale Einzelflügel verspricht viele Vorteile gegenüber herkömmlichen Konstruktionen. Es bedarf noch großer Anstrengungen in Forschung und Entwicklung, bis der „Multiwinglet“-Propeller Produktionsreife erlangt.

**Danksagung:** Der Autor dankt Dipl.-Ing. Hermann Speckmann, 26810 Westoverledingen, für die Anfertigung des Modells und die wertvollen Hinweise während der Erstellung des Textes.

## Literatur

- [1] Kornev, N.: Propellertheorie. Universität Rostock – Fakultät für Maschinenbau und Schiffstechnik., Rostock 2009
- [2] Krueger, S.: Schiffspropeller. TU Harburg 2005
- [3] Nachtigall, W.: Warum die Vögel fliegen. Hamburg; Zürich: Rasch und Röhring 1985
- [4] Rechenberg, I.: Vom Vogelflügel zur Windturbine BERWIAN. TU Berlin, Vorlesung Bionik I, 2000/01)
- [5] Wächter, G.: Aerodynamische Erkenntnisse als Anregung für innovative Schiffspropeller. Schiffsbetriebstechnik Flensburg 1/2016