

Toleranz-Kosten-Optimierung bewegter Systeme mittels Partikelschwarm-Optimierung

Michael Walter, Tobias Constantin Spruegel, Tim Weikert, Vincent Mann, Marcus Romeis und Sandro Wartzack

Lehrstuhl für Konstruktionstechnik;

Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg

Both random and systematic deviations of manufactured parts as well as variation in manufacturing processes may have significant effects on the kinematic behavior of a mechanism. Hence, the product developer has to define both appropriate tolerances of the single parts and appropriate precision requirements of the manufacturing processes to ensure the mechanism's functionality while causing low manufacturing costs. This paper presents an approach on the statistical tolerance-cost-optimization of a time-dependent system taking into account random and systematic deviations as well as the imprecision of corresponding manufacturing processes. The practical use of the approach is shown in a case study of a non-ideal cross-arm window regulator.

Keywords: tolerance optimization, mechanism, tolerance-cost-relations, particle swarm optimization

1 Einleitung

Maßliche und geometrische Abweichungen sowie deren Auswirkungen auf das Produkt sind in allen Phasen der Produktentstehung allgegenwärtig [1]. Bereits während der Fertigung sind Abweichungen aufgrund der Unerreichbarkeit einer ideal maßhaltigen Fertigung unvermeidbar. Die anschließende

Montage dieser abweichungsbehafteten Einzelteile führt somit zu einem Produkt, dessen Verhalten im Betrieb vom angestrebten Ideal abweicht [2]. Die Konsequenzen sind mitunter erheblich: So geht die wohlwollende Vergabe großer Toleranzwerte mit einem Anstieg der Ausschussrate bzw. der erforderlichen Nacharbeit einher. Hingegen führt die konservative Festlegung sogenannter „Angsttoleranzen“ zwar zu geringeren Abweichungen der Einzelteile und damit des Produktes im Betrieb, bedingt jedoch erhebliche finanzielle Aufwände, um den gestiegenen Qualitätsanforderungen gerecht zu werden.

Der Produktentwickler steht somit vor der Aufgabe, bereits frühzeitig die unvermeidlichen Abweichungen der Einzelteile durch die optimale Vergabe von Toleranzen so zu begrenzen, dass sowohl die Funktionserfüllung der hergestellten Produkte sichergestellt, als auch deren wirtschaftliche Herstellung gegeben ist [3]. Hierfür finden die statistische Toleranzanalyse und -synthese in der Produktentwicklung Anwendung. Bestehende Methoden und Werkzeuge erlauben jedoch nur bedingt die Betrachtung bewegter und damit zeitabhängiger Systeme. Zudem stellt sich dem Produktentwickler in dessen täglicher Arbeit wesentlich häufiger die Aufgabe einer Toleranzsynthese, also die gezielte Vergabe von Toleranzen an den Einzelteilen, als die einer Toleranzanalyse. Die Notwendigkeit einer gezielten Erweiterung bestehender Methoden der statistischen Toleranzsynthese für die Betrachtung abweichungsbehafteter bewegter Systeme ist somit klar ersichtlich.

Der vorliegende Beitrag dieser Veröffentlichung zum gegenwärtigen Stand der Forschung besteht in der Entwicklung und Diskussion eines Ansatzes zur statistischen Toleranz-Kosten-Optimierung eines abweichungsbehafteten bewegten Systems. Im Fokus stehen hierbei eine abgesicherte Funktionserfüllung des resultierenden Produktes sowie die kostengünstige Herstellung der Einzelteile. Die erforderlichen Maßnahmen zum Einsatz der globalen Optimierung bei besagtem Toleranzoptimierungs-Problem werden im vorliegenden Beitrag dargestellt und die praktische Anwendung der entwickelten statistischen Toleranz-Kosten-Optimierung am Beispiel eines abweichungsbehafteten Kreuzarmfensterhebers eines PKWs gezeigt.

2 Toleranzsynthese und -optimierung

Jüngst bezeichnete CAMPATELLI die Toleranzsynthese als „eines der geeignetsten Wege, um die Kosten maschinell gefertigter Bauteile zu reduzieren“ [4]. Die Toleranzsynthese dient dazu, die tolerierte Streuung eines funktional relevanten Schließmaßes eines Produktes geeignet auf dessen Komponenten zu allokalieren. Dies erfolgt zumeist gemäß definierter Allokationsschemata unter Berücksichtigung der jeweiligen Fertigungskosten. Hingegen nutzt die

Toleranzoptimierung Ansätze der Optimierung, um die optimale Allokation der Toleranzen der divergierenden Anforderungen zu bestimmen.

Bereits seit Beginn der Arbeiten auf dem Gebiet der Toleranzoptimierung findet insbesondere das heuristische „Simulated Annealing“-Verfahren Anwendung, um sowohl Toleranzen gezielt aufzuweiten bzw. einzuschränken [5] als auch um unter mehreren geeigneten Fertigungsverfahren das jeweils optimale Verfahren für die Toleranzen zu ermitteln [6]. Darüber hinaus werden neben den Toleranzbreiten auch mögliche Mittelwertverschiebungen der Toleranzmittenmaße in die Toleranzoptimierung mit einbezogen [7].

Die Toleranzsynthese zeitabhängiger Mechanismen ist hingegen selten Gegenstand von Forschungsarbeiten. Darüber hinaus finden die Auswirkungen verschiedener Arten von Abweichungen in diesen Arbeiten kaum Beachtung. In [8] ist der iterative Toleranzsyntheseprozess am Beispiel eines abweichungsbehafteten Kurbeltriebs gezeigt. Jedoch werden weder eine zeitabhängige Schließmaßgleichung entwickelt noch betriebsabhängige Abweichungen berücksichtigt. Im Gegensatz zu [8] nutzt die Toleranzoptimierung in [9] zeitabhängige Schließmaßgleichungen und integriert neben fertigungsbedingten Abweichungen auch betriebsabhängige Abweichungen.

3 Toleranz-Kosten-Optimierung bewegter Systeme

Die entwickelte Toleranz-Kosten-Optimierung dient dazu, die optimale Tolerierung der Einzelteile eines bewegten Systems zu bestimmen, die mit möglichst geringen Fertigungskosten K_{total} einhergehen.

3.1 Vorgehensweise

Zunächst sind die vollständige Beschreibung des technischen Systems, aller relevanten Einzelteile und die Festlegung der betrachteten Toleranzen erforderlich. Anschließend sind die funktionalen Anforderungen an das System zu definieren. Diese umfassen u. a. die untere und obere Spezifikationsgrenzen (USG und OSG) des funktionsrelevanten Schließmaßes $SM(t)$ sowie den Anteil c aller hergestellten Mechanismen, welche die gegebenen Spezifikationsgrenzen verletzen dürfen. Der Wert c entspricht somit der maximal zulässigen Ausschussrate des Systems während der gesamten Betriebsdauer T_{total} . Das Optimierungsproblem kann somit wie folgt formuliert werden [10]:

$$\min(K_{total}) \tag{1}$$

unter den Nebenbedingungen:

$$\int_{USG}^{OSG} \rho[SM(t, x)] dx \geq 1 - c \quad \text{fuer } t \in [0; T_{total}] \quad (2)$$

$$T_i > 0 \quad (3)$$

Hierbei entsprechen die resultierenden Fertigungskosten des Mechanismus K_{total} der Summe der Fertigungskosten, welche zur Einhaltung jeder einzelnen der vergebenen n Toleranzen T_i erforderlich sind sowie der finanziellen Aufwände, die mit einer möglichen Mittelwertverschiebung der Toleranzmitenwerte $MS(T_i)$, gewichtet durch m_i , einhergehen:

$$K_{total} = \sum_{i=1}^n K(T_i) + m_i \cdot MS(T_i) \quad (4)$$

Das vorliegende Toleranz-Kosten-Optimierungsproblem ist nun im nächsten Schritt geeigneter Optimierungsalgorithmen zu lösen. Dieser Algorithmus muss aufgrund der Schließmaßgleichung auch für nicht-lineare Nebenbedingungen anwendbar sein. Zudem ist generell ein globales Optimierungsverfahren einem lokalen Ansatz vorzuziehen, da mit lokalen Verfahren nicht zwingend die wirklich beste Lösung und damit die kostengünstigste Tolerierung des Mechanismus ermittelt werden kann. Im Rahmen dieses Beitrags soll hierzu die Partikelschwarm-Optimierung Anwendung finden.

3.2 Partikelschwarm-Optimierung

Die Partikelschwarm-Optimierung (PSO) ist ein numerisches Verfahren, welches durch Imitation des Sozialverhaltens natürlicher Kollektive, wie Vögel- und Fischeschwärme, die globale optimale Lösung für ein vorliegendes Optimierungsproblem identifiziert [11]. Der Algorithmus verteilt eine zuvor definierte Anzahl an Partikeln (die sog. Population) innerhalb des Suchraums. Der Suchraum wird hierbei durch die zu optimierenden Größen (Toleranzen T_i und Mittelwertverschiebungen $MS(T_i)$) aufgespannt. Innerhalb des Suchraums bewegen sich die Partikel in Richtung des sogenannten Führungspartikels. Die Rolle des Führungspartikels wird hierbei bei jeder Iteration neu vergeben und führt somit oftmals zu harschen Änderungen in der Bewegung des gesamten Partikelschwarms. Die sukzessive Iteration der Position x_j^{k+1} und Geschwindigkeit v_j^{k+1} eines Partikels beruht hierbei sowohl auf Informationen des jeweiligen Partikels als auch der verbleibenden Schwarmmitglieder der k -ten Iteration. Es gilt somit für die Position des j -ten Partikel innerhalb des Suchraums in der $(k+1)$ -ten Iteration: [10]

$$x_j^{k+1} = x_j^k + v_j^k \quad (5)$$

Bild 1 verdeutlicht die Bewegung eines Partikelschwarms (Population: 4) innerhalb eines zwei dimensional Suchraums während zwei Iterationen.

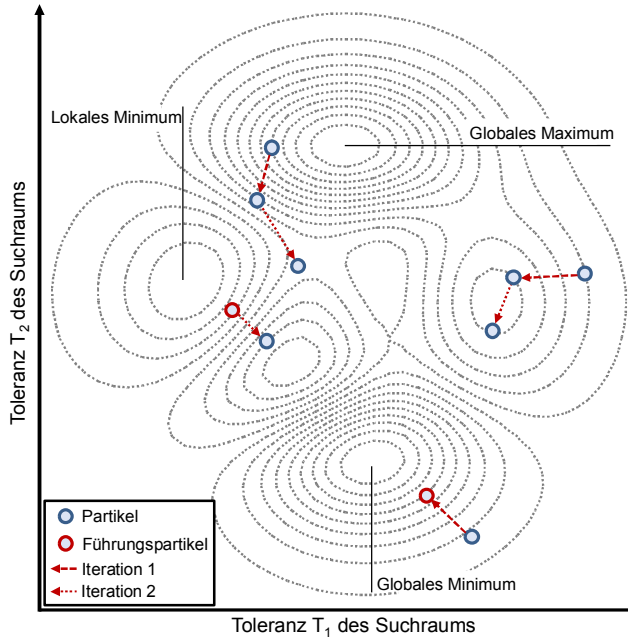


Bild 1: Bewegung der Partikel eines Schwarms in einem zwei dimensional Suchraum während zwei Iterationen einer PSO nach [10]

4 Toleranz-Kosten-Optimierung eines Kreuzarmfensterhebers

Im Folgenden wird die praktische Anwendung der Toleranz-Kosten-Optimierung am Beispiel eines abweichungsbehafteten Kreuzarm-Fensterhebers aus [12] verdeutlicht und zugleich deren Nutzen im Rahmen der rechnerunterstützten Produktentwicklung belegt.

4.1 Demonstrator: Kreuzarm-Fensterheber

Der Kreuzarm-Fensterheber [12] dient dazu, die Seitenscheibe der Tür eines PKWs innerhalb von $T_{\text{total}} = 3 \text{ s}$ zu öffnen bzw. zu schließen. Jedoch unterliegt der Kreuzarm-Fensterheber Abweichungen, die dessen Betriebsverhalten und damit auch dessen Funktionserfüllung beeinflussen [12]:

- Zufällige Fertigungsabweichungen der Einzelteile (Positionsabweichungen der Gelenkpunkte P_1 und Z und die Maßabweichung der Gelenklänge des inneren Arms l_3) [3, 13]
- Systematische Abweichungen der Einzelteile (fertigungsbedingte Schwindung des inneren Arms aus GFK aufgrund des Spritzgießprozesses und elastische Deformation des inneren Arms während des Betriebs) [3, 12]
- Wechselwirkungen zwischen den Abweichungen (Variation der Schwindung und damit auch der elast. Deformation des Arms aufgrund von Schwankungen der Prozesskenngrößen des Spritzgießprozesses [14]) [3]

Diese Abweichungen (Tabelle 1) sowie deren Wechselwirkungen führen dazu, dass während der Bewegung des Fensterhebers die Seitenscheibe in deren seitlichen Gleitführungen um einen Winkel α verkippt [12]. Jedoch muss auch trotz des Verkippens der Seitenscheibe ein ausreichender Überlapp der Seitenscheibe mit der oberen Scheibendichtung sichergestellt sein, um einerseits die Dichtheit sicherzustellen und andererseits störende Windgeräusche während der Fahrt zu reduzieren. Um diesen Forderungen zu entsprechen, muss der Verkippwinkel α zu jedem Zeitpunkt der Bewegung stets zwischen der unteren Spezifikationsgrenze $USG = -0,1^\circ$ und der oberen Spezifikationsgrenze $OSG = 0^\circ$ liegen. Der Fensterheber-Mechanismus sowie die auftretenden Abweichungen der Einzelteile sind in Bild 2 gezeigt.

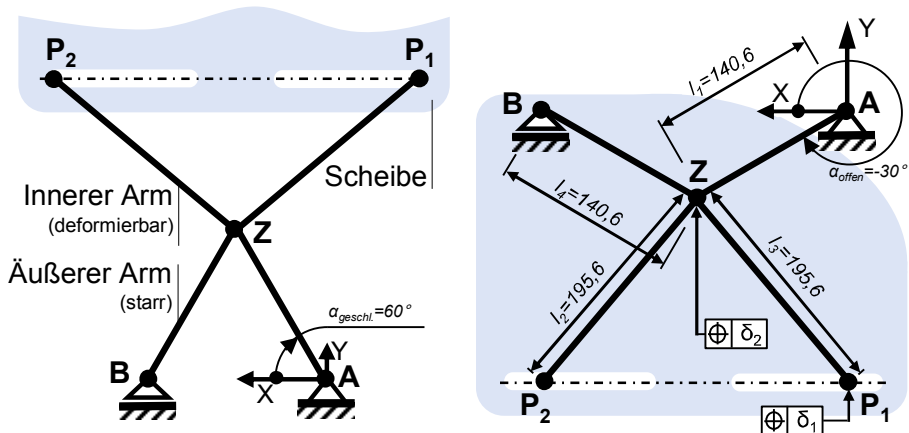


Bild 2: Kreuzarm-Fensterheber in den beiden Extremstellungen „geschlossene Seitenscheibe“ (links) und „geöffnete Seitenscheibe“ (rechts) nach [12]

Tabelle 1: Ursprüngliche Tolerierung

Bezeichnung		Nennwert	Toleranz	Verteilung
Gelenklänge l_3		195,6 mm	$\pm 0,05$ mm	gleichverteilt
Positionstoleranz δ_1		-	0,1 mm	gleichverteilt
Positionstoleranz δ_1		-	0,2 mm	gleichverteilt
Spritzgießprozess	Füllrate in cm^3/s	20	$T_{\text{Proz}} = \pm 2,5 \%$	normalverteilt
	Werkzeugtemp. in $^{\circ}\text{C}$	85		normalverteilt
	Schmelzetemp. in $^{\circ}\text{C}$	300		normalverteilt
	Nachdruck in %	40		normalverteilt
	Nachdruckzeit in s	19		normalverteilt
	Kühlzeit in s	25		normalverteilt

Um die Auswirkungen der Toleranzen auf den Verkippwinkel der Scheibe α zu evaluieren, ist zunächst eine Toleranzanalyse des Fensterhebers erforderlich. Hierzu ist insbesondere die sog. Schließmaßgleichung zur Beschreibung des mathematischen Zusammenhangs zwischen dem zeitabhängigen Verkippwinkel α und den auftretenden Abweichungen [12] erforderlich:

$$\alpha(t) = f(t, l_3, \delta_1, \delta_2, \text{Deformation}, \text{Fuelrate}, \text{Werkzeugtemp}, \dots) \quad (6)$$

Anschließend kann für eine definierte Anzahl an virtuell generierten abweichungsbehafteten Mechanismen (üblicherweise > 10.000) der jeweils zugehörige Verlauf des Verkippwinkels während des Schließvorgangs ermittelt werden. Auf Basis dieser Verläufe kann abschließend der in Bild 3 dargestellte, zeitliche Verlauf der resultierenden Häufigkeitsverteilung des Schließmaßes (Verkippwinkel) während des Schließens der Seitenscheibe abgeleitet werden. Die Vorgehensweise bei der statistischen Toleranzanalyse des abweichungsbehafteten Fensterhebers ist in [12] detailliert erläutert.

Der zeitliche Schließmaßverlauf macht deutlich, dass aufgrund des nichtgleichmäßig übersetzenden Bewegungsverhaltens des Fensterhebers die Auswirkungen der Abweichungen auf den Verkippwinkel über die Zeit erheblich variieren. So ist z. B. bei halb geschlossenem Fenster bei $t = 1,5$ s die Streuung signifikant geringer als zu Beginn ($t = 0$ s) und am Ende der Bewegung ($t = 3$ s). Darüber hinaus variiert der Mittelwert der Häufigkeitsverteilung

lung während der Bewegung. Dies folgt aus den systematischen Abweichungen und wird als zeitabhängige Mittelwertverschiebung bezeichnet.

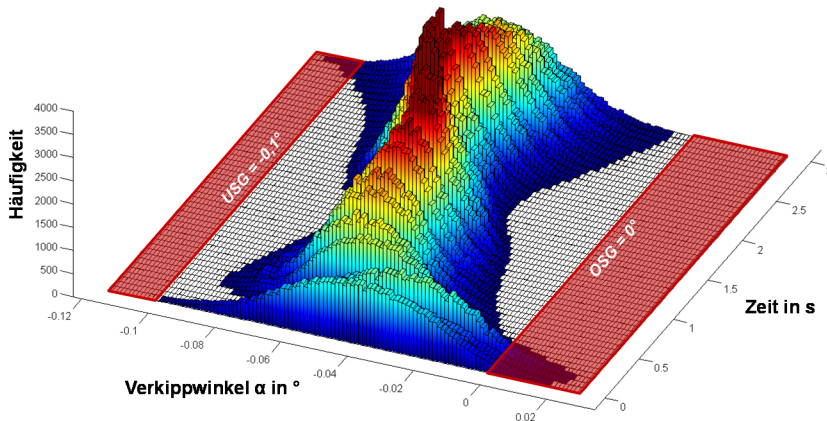


Bild 3: Verlauf der Häufigkeitsverteilung des Verkippwinkels $\alpha(t)$ während des Schließens der Seitenscheibe innerhalb von 3 Sekunden; Verletzung der oberen Spezifikationsgrenze OSG führt zu unzulässig hoher Ausschussrate

Der Produktentwickler steht nun vor der Aufgabe, die Tolerierung der Einzelteilabweichungen so einzuschränken bzw. aufzuweiten, dass die Häufigkeitsverteilung des Verkippwinkels die gegebenen Spezifikationsgrenzen nicht verletzt und zugleich mit möglichst geringen Fertigungskosten einhergeht. In Anbetracht der Komplexität des Problems würde der Produktentwickler hier mit immensem Aufwand iterativ die Tolerierung des Fensterhebers verbessern. In diesem Beitrag findet hierfür jedoch die Toleranz-Kosten-Optimierung Anwendung. Diese erlaubt die einfache und schnelle Lösung des Optimierungsproblems mittels der Partikelschwarm-Optimierung gemäß Kapitel 3.

4.2 Toleranz-Kosten-Optimierung des Fensterhebers

Die Toleranz-Kosten-Optimierung erfordert neben der Schließmaßgleichung insbesondere die Toleranz-Kosten-Relationen der betrachteten Toleranzen. Diese werden im Folgenden nach SUTHERLAND's Model gemäß

$$K(T_i) = K_{fix,i} + \frac{K_{ind,i}}{T_i^k} \quad (7)$$

formuliert [15]. Hierbei entsprechen $K_{fix,i}$ den Fixkosten und $K_{ind,i}$ den individuellen Kosten der i -ten Toleranz. Bild 4 zeigt die Toleranz-Kosten-Kurven.

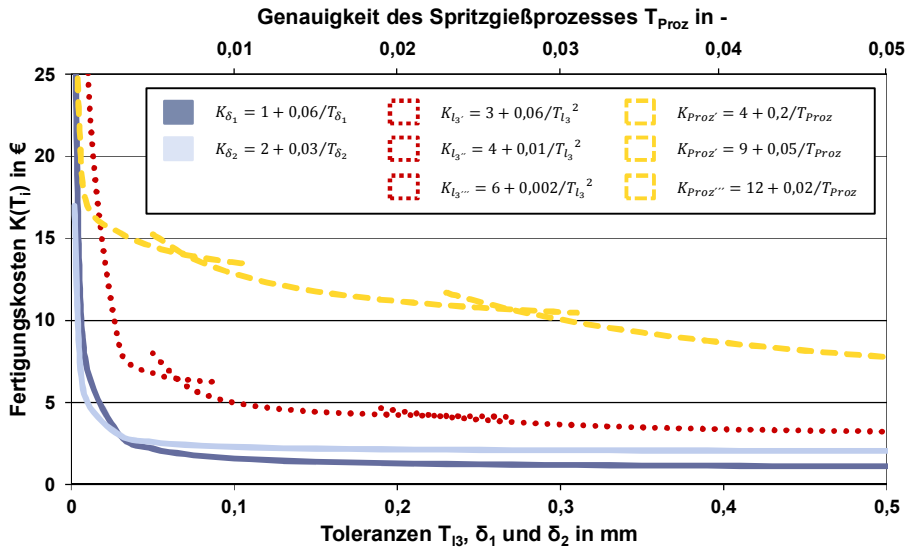


Bild 4: Toleranz-Kosten-Kurven von I_3 , δ_1 , δ_2 sowie der Genauigkeit des Spritzgießprozesses des inneren Arms aus GFK

Tabelle 2: Einstellungen der PSO Toolbox analog der Anwendung in [10]

Bezeichnung	Wert
Population des Schwarms / Anzahl der Partikel	20
Tolerierte Verletzung der Zielfunktion in €	1e-3
Tolerierte Verletzung der Nebenfunktion in -	1e-6
Max. Anzahl "identischer" Generationen (bzgl. der Erfüllung von Zielfunktion und Nebenbedingung) bevor PSO stoppt	100

Somit kann nun das Optimierungsproblem (mit $c = 0,62\%$ ($\triangleq \pm 4\sigma$); $m_i = 0$) gemäß Kapitel 3 formuliert und anschließend anhand der Partikelschwarm-Optimierung gelöst werden. Tabelle 2 stellt die spezifischen Einstellungen des Optimierungsalgorithmus zusammen.

Das Optimierungsproblem konnte durch die PSO erfolgreich gelöst werden, da die Verletzung von Zielfunktion und Nebenbedingung für 100 aufeinanderfolgende Generationen unter den Akzeptanzgrenzen lagen. Die optimierte Tolerierung ist in Tabelle 3 der ursprünglichen Tolerierung gegenübergestellt. Den zugehörigen Schließmaßverlauf des Verkippwinkels zeigt Bild 5.

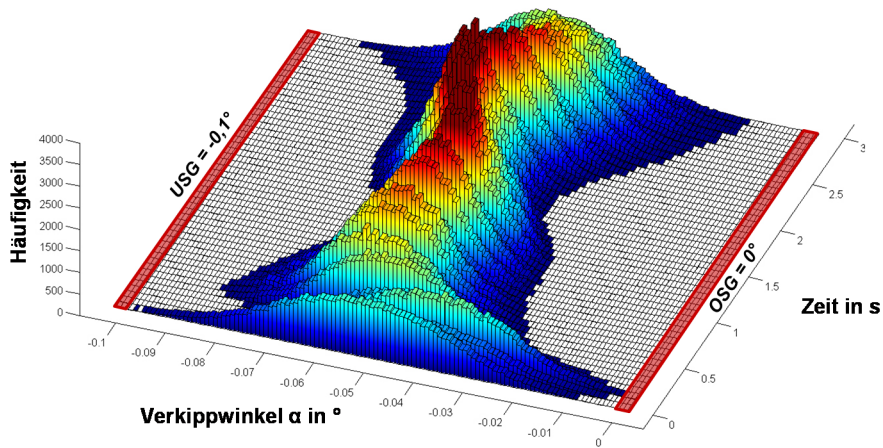


Bild 5: Häufigkeitsverteilung des Verkippwinkels für die optimierte Tolerierung

Tabelle 3: Gegenüberstellung: Ursprüngliche und optimierte Tolerierung

Bezeichnung		Nennwert (vorher)	Toleranz (vorher)	Nennwert (optim.)	Toleranz (optim.)
Gelenklänge l_3 in mm		195,6	$\pm 0,05$	195,552	$\pm 0,075$
Positionstoleranz δ_1		-	0,1 mm	-	0,071 mm
Positionstoleranz δ_2		-	0,2 mm	-	0,077 mm
Spritzgießprozess	Füllrate in cm^3/s	20	$\pm 2,5 \%$	19,838	$\pm 2,49 \%$
	Werkzeugt. in $^{\circ}\text{C}$	85		84,668	
	Schmelzet. in $^{\circ}\text{C}$	300		296,493	
	Nachdruck in $\%$	40		40,276	
	Nachdruckzeit in s	19		18,743	
	Kühlzeit in s	25		24,929	
Resultierende Kosten		Vorher: 19,50 €		Optimiert: 16,68 €	

5 Zusammenfassung

Im Rahmen dieses Beitrags wurde die statistische Toleranz-Kosten-Optimierung eines zeitabhängigen bewegten Systems mittels des globalen

Optimierungsansatzes der Partikelschwarm-Optimierung diskutiert. Der Produktentwickler ist somit in der Lage, die optimale Tolerierung sowohl der Einzelteile des Systems als auch die Präzision der zugehörigen Fertigungsprozesse vor dem Hintergrund divergierender Anforderungen (weite Toleranzen, um Kosten zu reduzieren; enge Toleranzen, um die Funktionserfüllung sicherzustellen) zu identifizieren. Die Anwendung der Toleranz-Kosten-Optimierung wurde am Beispiel eines abweichungsbehafteten Fensterhebers gezeigt.

Die Autoren danken der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die Förderung des Forschungsvorhabens WA2913/8-3.

Literatur

- [1] Wartzack, S.; Meerkamm, H.; Stockinger, A.; Stoll, T.; Stuppy, J.; Voß, R.; Walter, M.; Wittmann, S.: Lifecycle-oriented tolerance simulation. *Konstruktion* Bd. 63 (2011) Nr. 6, S. 63–67.
- [2] Walter, M.; Storch, M.; Wartzack, S.: On uncertainties in simulations in engineering design: A statistical tolerance analysis application. *Simulation* Bd. 90 (2014) Nr. 5, S. 547–559.
- [3] Walter, M.; Sprügel, T.; Wartzack, S. Tolerance analysis of systems in motion taking into account interactions between deviations. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture* Bd. 227 (2013) Nr. 5, S. 709–719.
- [4] Campatelli, G.: Tolerance Synthesis Using Axiomatic Design. In: *Proceedings of the Sixth International Conference on Axiomatic Design*, Daejeon, 2011, S. 152–157.
- [5] Zhang, C.; Wang, H.-P.: Integrated Tolerance Optimisation with Simulated Annealing. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* Bd. 8 (1993) Nr. 3, S. 167–174.
- [6] Sivakumar, K.; Balamurugan, C.; Ramabalan, S.: Concurrent multi-objective tolerance allocation of mechanical assemblies considering alternative manufacturing process selection. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* Bd. 53 (2011) Nr. 5-8, S. 711–732.
- [7] Zhang, J.; Li, S. P.; et al.: A robust design approach to determination of tolerances of mechanical products. *CIRP Annals – Manufacturing Technology* Bd. 59 (2010) Nr. 1, S. 195–198.

-
- [8] Krishnaswami, P.; Kelkar, A. G.: Optimal design of controlled multi-body dynamic systems for performance, robustness and tolerancing. *Engineering with Computers* (2003) Nr. 19, S. 26–34.
- [9] Hanzaki, A. R.; Rao, P. V. M.; Saha, S. K.: Kinematic and sensitivity analysis and optimization of planar rack-on-pinion steering linkages. *Mechanism and Machine Theory* Bd. 44 (2009) Nr. 1, S. 42–56.
- [10] Walter, M.; Spruegel, T. C.; Wartzack, S.: Tolerance-Cost-Optimization of Systems with time-variant Deviations. *Procedia CIRP – The 13th Conference on Computer Aided Tolerancing* (2014).
- [11] Kennedy, J.; Eberhart, R.: Particle swarm optimization. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks* Vol. 4, Perth, USA, 1995. S. 1942–1948.
- [12] Walter, M.; Wartzack, S.: Statistical tolerance analysis of mechanisms with interactions between deviations - A methodology with 10 easy steps. In: *Proceedings of the 19th International Conference on Engineering Design* (Volume 5, DS75-05), Seoul, South Korea, 19-22 August 2013, S. 191–200.
- [13] Walter, M.; Breitsprecher, T.; Gruber, G.; Wartzack, S.: Simulation based generation of an initial design taking into account geometric deviations and deformations. In: *Proceedings of the 18th International Conference on Engineering Design* (Volume 10, Part 2), Copenhagen, Denmark, 15–18 August 2011, S. 78–90.
- [14] Gruber, G.; Kößler, J.; Wartzack, S.: A visualization methodology for evaluating parts made of short fiber reinforced thermoplastics regarding their lightweight potential. In: *Proceedings of the 19th International Conference on Engineering Design* (Volume 9, DS75-09), Seoul, South Korea, 19-22 August 2013, S. 155–164.
- [15] Sutherland, G. H.; Roth, B.: Mechanism Design: Accounting for Manufacturing Tolerances and Costs in Function Generating Problems, *Journal of Engineering for Industry* Bd. 97 (2010) Nr. 1, S. 283–286.
- [16] Ziegler, P.; Breitsprecher, T.; Walter M.; Westphal C.; Wartzack S.: Application of sensitivities on simulation-data-based metamodels during the product synthesis. In: *Proceedings of International Design Conference* (DS 70), Dubrovnik, Croatia, 21-24 Mai 2012, S. 589–598.